

### التمرين الأول: (5 نقاط)

(1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بباقي قسمة  $3^n$  على 10.

ب- ما هو بباقي قسمة العدد  $A_n$  على 10 حيث:  $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n} (3n+1)[10]$ .

ب- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد الطبيعي  $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1}$  مضاعفاً للعدد 10.

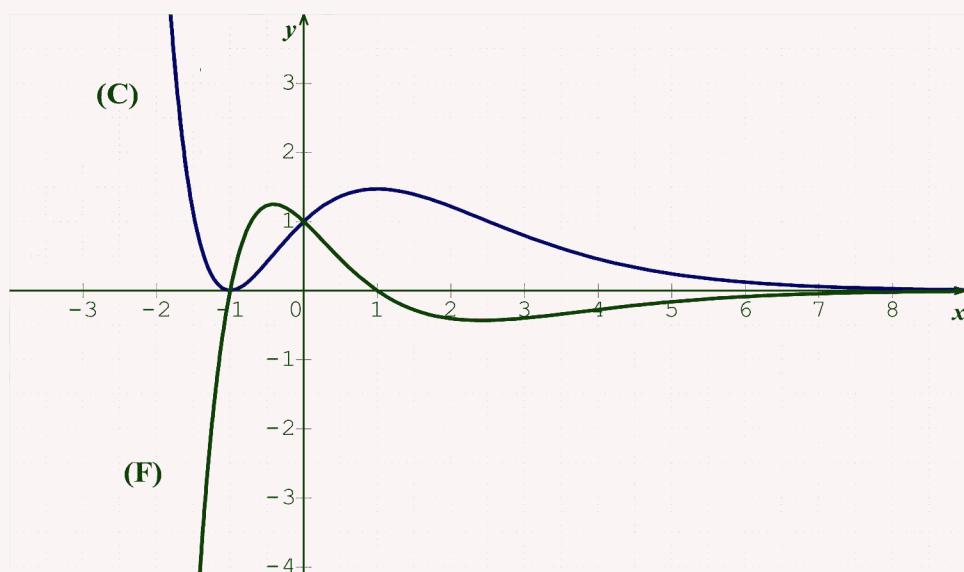
(3) عدد طبيعي يكتب  $\overline{y611xx0xx01}^3$  و يكتب  $\overline{y611}^7$ . جد  $x$  و  $y$  ثم أكتب  $A$  في النظام العشري.

### التمرين الثاني : ( 9 نقاط )

(I) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم، المنحنيين  $(C)$  و  $(F)$  الممثلين للدالتين معرفتين و قابلتين للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ .

اعتماداً على الشكل أدناه ، الذي يعطي التمثيلين البيانيين للدالتين  $g$  و  $g'$  ، أجب على السؤالين التاليين : أرفق بكل من الدالتين  $g$  و  $g'$  بتمثيلها البياني .

(1) ببر الإجابة بتشكيل جدول يتضمن على المجال  $\left[ \frac{-3}{2}; 5 \right]$  . إشارة  $(x)g'$  و تغيرات  $g$  .



(2) ما هو معامل توجيه المماس للمنحنى  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 ؟

أقلب الورقة

نعتبر المعادلتين التفاضلتين : (II)  $y' + y = 0 \dots\dots (E')$  و  $y' + y = 2(x+1)e^{-x} \dots\dots (E)$

- (1) بين أن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$  هي حل للمعادلة  $(E)$ .
- (2) حل المعادلة  $(E')$ .
- (3) بين أن : تكون الدالة  $u$  حل للمعادلة  $(E')$  إذا و فقط إذا كانت الدالة:  $g + u$  حل للمعادلة  $(E)$ .
- (4) استنتج عبارة الحلول  $f$  للمعادلة  $(E)$ .

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ . نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعدد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الرسم  $2\text{ cm}$ .

- (1) عين نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ .
- (2) عين الدالة المشتقة  $f'$  للدالة  $f$  و إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) عين معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-1$ .
- (4) أرسم المماس  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .
- (5) بين أن المعادلة  $x = f(x)$  تقبل على  $\mathbb{R}$  حلًا وحيدا  $\alpha$ .  
جد النتيجة بيانيا و أعط قيمة مقربة إلى  $0,1$  للعدد  $\alpha$ .

### التمرين الثالث : ( 06 نقاط ) :

(u<sub>n</sub>) و (v<sub>n</sub>) المتاليتان المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $n$  كما يلي :

$$v_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{2}{2+n^2} + \dots + \frac{n}{n+n^2} \quad \text{و} \quad u_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{2}{1+\sqrt{2n}} + \dots + \frac{n}{1+n}$$

: 1/1) برهن انه من أجل كل عددين طبيعيين غير معروفين  $n$  و  $k$  حيث  $1 \leq k \leq n$

$$u_n \geq \frac{1}{2}n \quad \text{ثم استنتاج ان : } \frac{1}{1+\sqrt{kn}} \geq \frac{1}{n+1}$$

ب) جد نهاية المتالية  $(u_n)$

2/1) برهن انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $(n \neq 0)$   $\frac{1}{2} \leq V_n \leq \frac{n(n+1)}{2(n^2+1)}$

ب) استنتاج أن  $(v_n)$  متالية متقاربة.

بال توفيق

أربع متتاليات عددية معرفة على  $\square$  كما يلي:

$$t_n = 3u_n + 8v_n ; w_n = v_n - u_n ; v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} ; u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} ; v_0 = 12 ; u_0 = 1$$

-1 / برهن بالتراجع أن المتتالية  $(t_n)$  ثابتة على  $\square$ .

-2 / بين أن  $(w_n)$  متتالية هندسية، ثم اكتب  $w_n$  بدلالة  $n$ .

-3 / تحقق أن  $(u_n)$  متزايدة و  $(v_n)$  متناقصة.

-4 / علماً أن  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متقاربتان، أوجد نهاية كل متتالية مما سبق.

-5 / ماذا تستخلص من السؤالين 2 و 4 ؟